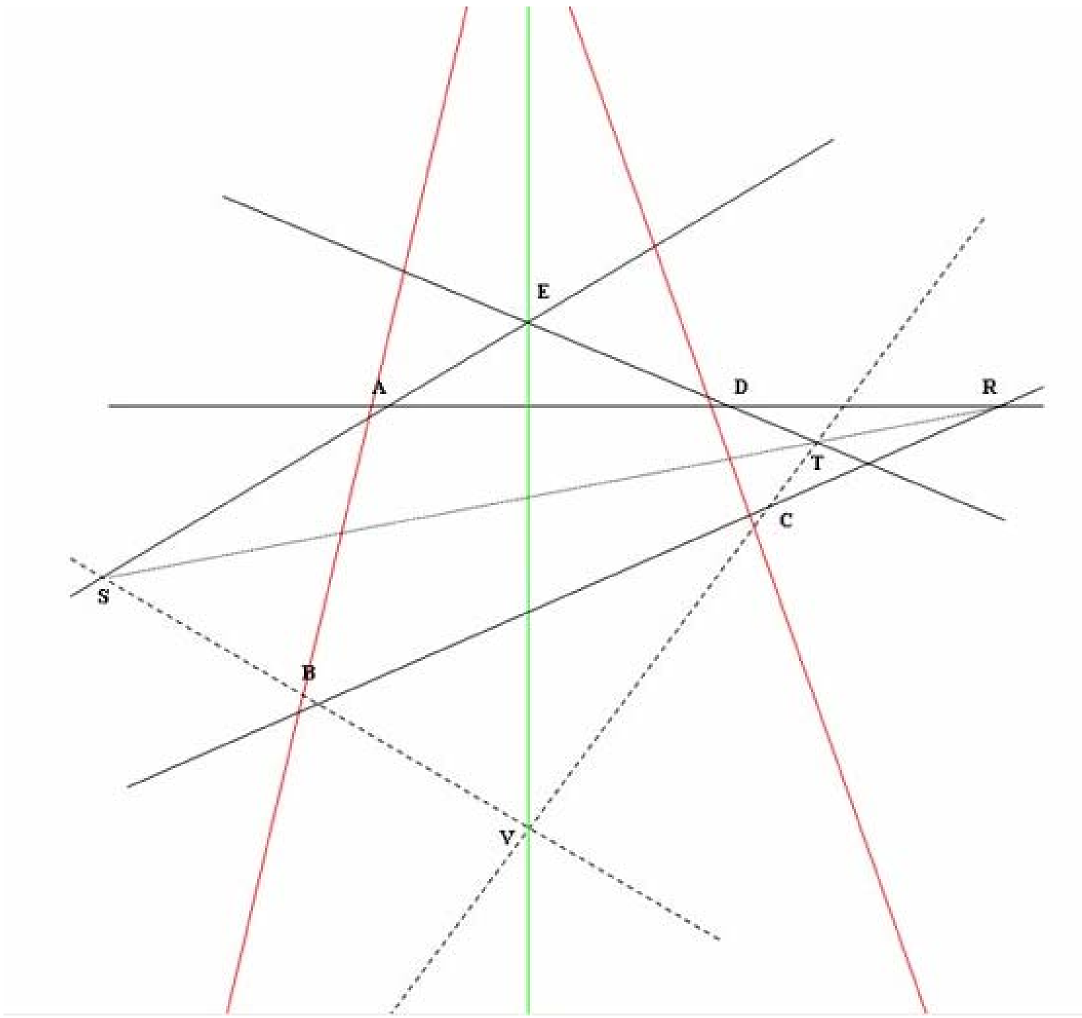
Risposta al primo quesito:

Per disegnare la retta che passa per E e per il punto X comune ad AB e CD ci si può mettere nelle condizioni descritte dal teorema che il prof stava dimostrando alla lavagna.

Il problema è risolto se si riesce a disegnare due triangoli ciascuno con un vertice sulla retta AB, un vertice sulla retta CD e un vertice sulla retta sconosciuta EX in modo che i lati si taglino come il teorema suggerisce.
Come primo triangolo si può prendere ADE (ha tutti e tre i vertici noti).
Il secondo triangolo può essere un triangolo BCV (si tratta di determinare solo V) tale che i punti di intersezione delle rette AE e BV, DE e CV, AD e BC siano allineati.
Per costruire V si considerino le rette AD e BC che sono date, e il loro punto di intersezione R, Si tracci ora una retta per B e si chiami S il punto in cui tale retta taglia la retta AE. Si consideri la retta ED e si chiami T il punto di intersezione di ED con RS. Si tracci la retta TC. Il punto di intersezione di TC con BS è il vertice V cercato. Il teorema garantisce allora che le tre rette AB, CD, EV si tagliano in uno stesso punto.

Il disegno proposto è solo una delle possibili rappresentazioni.



Risposta al secondo quesito:

Basta provare.

Occorre infatti osservare che:
- 4 x 4 fa 16, (così come qualunque numero che finisca per 4, moltiplicato per qualunque altro numero che finisca per 4, dà sempre un numero che finisce per 6)
- 16 x 4 fa 64
- 64 x 4 fa 256 (cioè il prodotto è un numero che finisce ancora per 6),
- 256 x 4 dà un numero che finisce per 4
- e così via.

Allora ci si accorge che le potenze con esponente pari di 4 (cioè 4^2, 4^4, 4^6,...) finiscono per 6 e che quelle con esponente dispari (4^1, 4^3, 4^5,...) finiscono per 4.

Dunque la risposta è che $4^{23456789031256}$, essendo potenza con esponente pari, finisce per 6

Risposta al terzo quesito:

Basta provare con un cubo “vero” (un dado, per esempio) per accorgersi che ci sono 10 cubi:

1. un cubo tutto blu
2. un cubo con una faccia rossa e tutte le altre cinque blu
3. un cubo con due facce rosse che non si toccano e tutte le altre quattro blu
4. uno con due facce rosse che si toccano lungo un lato e tutte le altre quattro blu (non ci sono altre situazioni con due facce rosse perché due facce di un cubo o si toccano lungo un lato o non hanno punti in comune)
5. un cubo con tre facce rosse che si toccano in un vertice e le altre tre blu
6. un cubo con tre facce rosse che non si incontrano in uno stesso vertice e le altre tre blu (non ci sono altre situazioni con tre facce rosse perché tre facce di un cubo o si toccano in un vertice o costituiscono una “striscia” e non ci sono punti comuni a tutte e tre)
7. un cubo con quattro facce rosse e le altre due blu che si toccano lungo un lato
8. un cubo con quattro facce rosse e le altre due blu che non si toccano
9. un cubo con cinque facce rosse e l’altra blu
10. un cubo tutto rosso